



Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
Introducción al Álgebra 12-1

Control 5

P1. a) Sean

$$G = \{(n, m) \mid n, m \in \mathbb{Z}\}$$

$$G' = \{2^a 3^b \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$$

y se define la suma de pares en G como

$$(n, m) + (p, q) = (n + p, m + q)$$

i) (2,0 ptos.) Demuestre que (G', \cdot) es subgrupo de $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$ donde \cdot es el producto en \mathbb{R} .

ii) (2,0 ptos.) Observe (no lo demuestre) que $(G, +)$ es grupo. Demuestre que $(G, +)$ es isomorfo a (G', \cdot) .

b) (2,0 ptos.) Demuestre que para todo $z \in \mathbb{C}$ con $z \neq -1$ y $|z| = 1$, se tiene que

$$\frac{1+z}{1+\bar{z}} = z.$$

P2. Sea $(A, +, \cdot)$ un anillo conmutativo con unidad. Se define $G \subseteq A$ por

$$G = \{a \in A \mid a \text{ tiene inverso para } \cdot\}.$$

i) (2,0 ptos.) Mostrar que (G, \cdot) es grupo abeliano.

ii) (2,0 ptos.) Sea $H = \{a^2 \mid a \in G\}$. Pruebe que H es subgrupo de G .

iii) (2,0 ptos.) Si $A = \mathbb{Z}_8$, encuentre G y H .

Consultas sólo al auxiliar
Justifique cada uno de sus pasos
Tiempo: 1:15